

# Modelos efetivos de QCD holográfica

Alfonso Ballon Bayona  
**IF-UFRJ**

**XVI Atividades Formativas de Verão, CBPF, 22 Fev 2019**

## Outline

1. Quarks e glúons na QCD
2. Origem hadrônica da teoria de cordas
3. A correspondência AdS/CFT (espaço anti-de-Sitter/teoria conforme)
4. QCD holográfica
5. Modelos efetivos de QCD holográfica
6. Conclusões



# Liberdade assintótica e confinamento

## Função beta na QCD

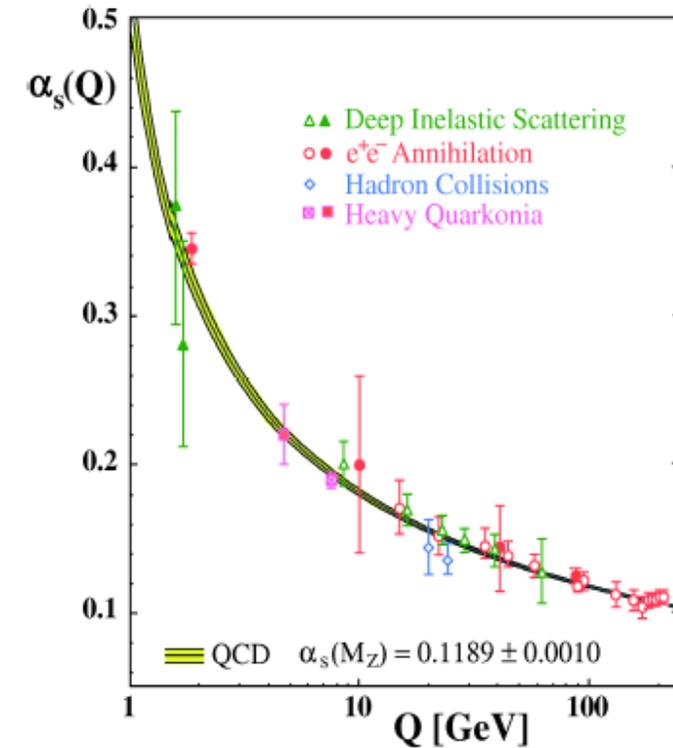
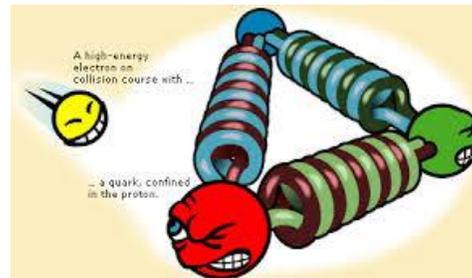
Resultado perturbativo (1-loop)

$$\beta_g \equiv \frac{dg}{d \text{Log } \mu} = -\frac{g^3}{(4\pi)^2} \left[ \frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} N_f \right]$$

Na QCD  $N_f = 6$  e  $N_c = 3 \rightarrow \beta_g < 0$

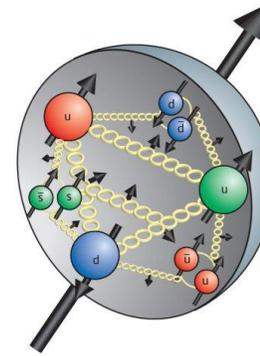
- A interação muda com a escala de energia.

**Liberdade assintótica no UV e confinamento no IR**



## Hádrons: simples compostos de quarks? Longe disso!

Além de quarks de valência, temos glúons e pares de quark-antiquark.



- Entretanto, sabemos que hádrons são criados por **operadores singletos de cor e invariantes de calibre.**

- **Mésons** são criados por operadores contendo **2 quarks**

$$\bar{\psi}\psi, \bar{\psi}\gamma^{\mu}\tau\psi$$

**Bárions** são criados por operadores contendo **3 quarks.**

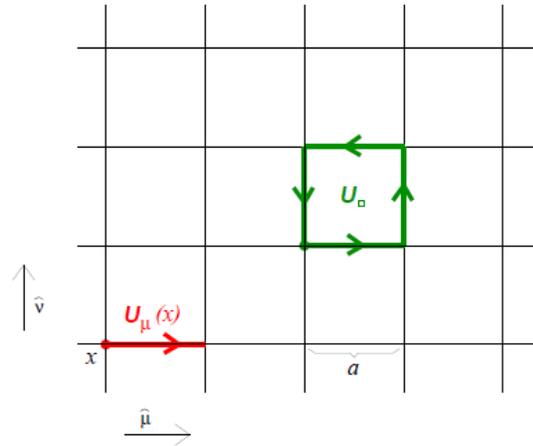
E.g.  $\epsilon^{\dots}\psi\psi\psi$

**Glueballs** são criados por operadores contendo **2, 3 ou 4 glúons.**

E.g.  $\text{Tr}[F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}]$

## Abordagens não perturbativas para QCD

- QCD na rede :



*Wilson 1974*

- Equações de Dyson-Schwinger:

$$\left( \frac{\delta S[\phi]}{\delta \phi} \Big|_{\phi = \frac{\delta}{\delta J}} - J \right) Z[J] = 0$$

*Dyson 1949,  
Schwinger 1951*

- Outras abordagens: *Lagrangianas quirais, modelo Nambu-Jona-Lasinio, regras de soma da QCD, fluxo do grupo de renormalização, ...*

## 2. Origem hadrônica da teoria de cordas

O espectro de **bárions e mésons** é aproximadamente descrito por **trajetórias de Regge**

$$J = J_0 + \alpha' M^2$$

*Chew & Frautschi 1962*

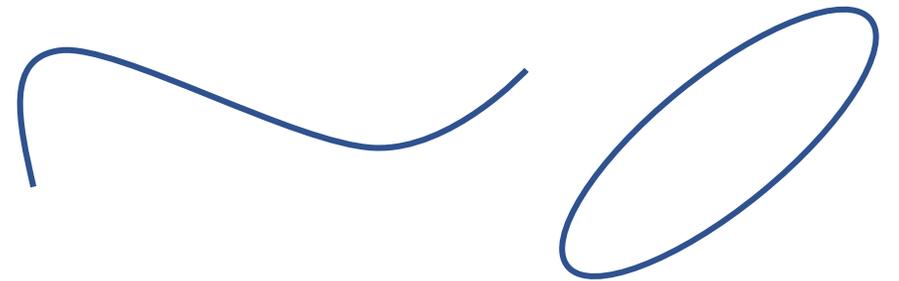
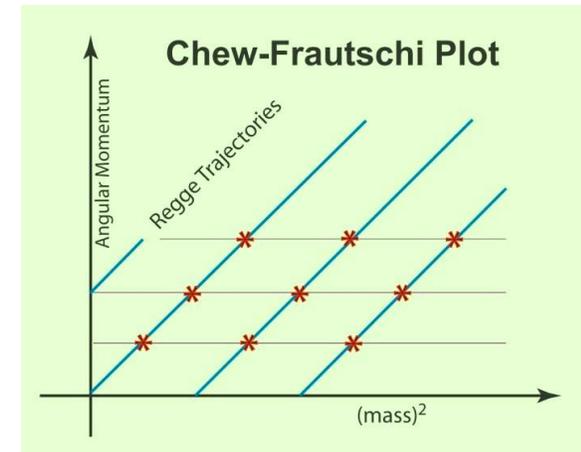
$J$  : spin ,     $M$  : massa     $\alpha'$  : inclinação de Regge

Relação acima sugere estrutura **1d (cordas)**

*Nambu, Nielsen & Susskind 1969-1970*

O espectro hadrônico corresponderia à **quantização de cordas**.

**Problema:** partícula de **spin 2 sem massa**  $\longrightarrow$  **teoria de cordas inclui gravitação**



## Amplitude de Veneziano

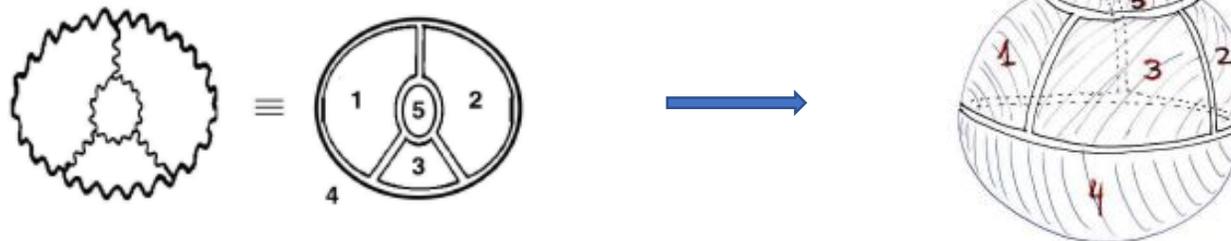
**Amplitudes de espalhamento** hadrônica satisfazem a **dualidade s—t** e o comportamento de Regge  $s^{J(t)}$

Espalhamento de cordas satisfaz essas propriedades

*Veneziano & many others 1968-1970*

## Dualidade Yang-Mills/cordas

No limite  $N_C$  grande de teorias **Yang-Mills**, **diagramas de Feynman** podem ser mapeados a **diagramas de teoria de cordas**



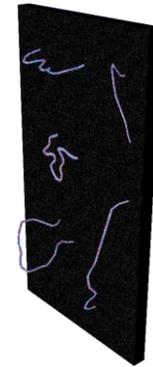
*'t Hooft 1974*

Constante de 't Hooft:  $\lambda = g^2 N_C$

### 3. A correspondência AdS/CFT

Realizações concretas da dualidade **Yang-Mills/cordas** surgem no contexto de **D-branas**.

*Polchinski 1995*



AdS/CFT é um exemplo da dualidade **Yang-Mills/cordas**.

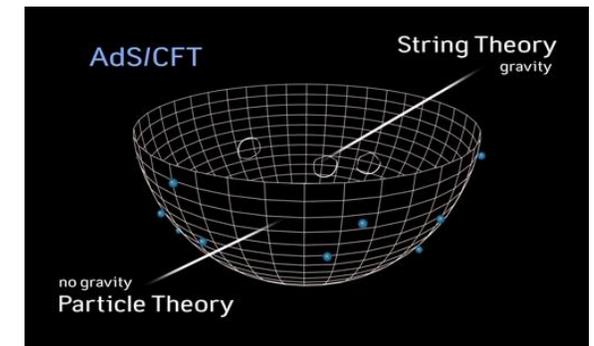
*Maldacena 1997*

teoria super Yang-Mills com **simetria conforme** em 4d  $\longleftrightarrow$  teoria de cordas no espaço **anti-de-Sitter**

Dualidade Yang-Mills/gravidade

No regime  $\lambda \gg 1$  a teoria de cordas torna-se uma **teoria de gravitação**.

Exemplo: 4-d  $N = 4$  super Yang-Mills  $\longleftrightarrow$  **supergravidade IIB** em  $AdS_5 \times S^5$



## O dicionário AdS/CFT

- Grupo de simetria conforme  $SO(2, 4)$  se converte no grupo de isometrias do  $AdS_5$

Métrica em coordenadas de Poincaré  $ds^2 = \frac{R^2}{z^2} [dz^2 - dt^2 + d\bar{x}^2]$

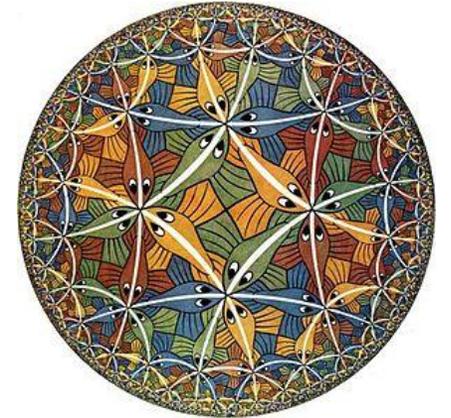
- A transformação de escala agora é  $x^\mu \rightarrow \lambda x^\mu, z \rightarrow z \lambda$

- Campos  $\phi_{...}$  em  $AdS_5$  acoplam na **fronteira** com operadores  $O_{...}$  da  $CFT_4$  via o termo de interação  $\int d^4x \phi_{...} O_{...}$

- Função de partição na  $CFT_4 \leftrightarrow$  Integral de caminho em  $AdS_5$

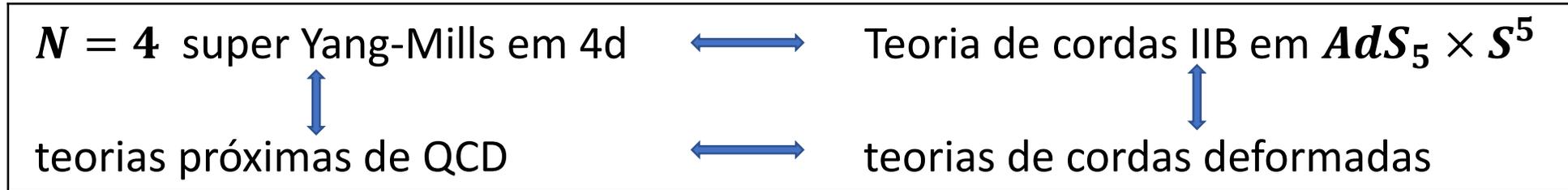
$$Z_{CFT}[\phi_{...}^0, g_{\mu\nu}^0] = Z_{AdS}[\phi_{...}, g_{\mu\nu}]$$

*Gubser-Klebanov-Polyakov 1998,  
Witten 1998*



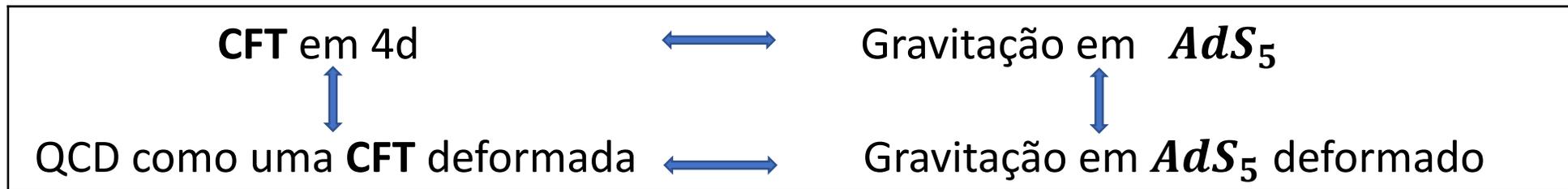
## 4. QCD holográfica

### Abordagem top-down:



*Klebanov-Witten (1998), Klebanov-Strassler (2000), Maldacena-Nunez (2000), Sakai-Sugimoto (2004), Kuperstein-Sonnenschein (2004)*

### Abordagem bottom-up



*Polchinski-Strassler (2000), Erlich-Katz-Son-Stephanov (2005), Karch-Katz-Son-Stephanov (2006), Csaki-Reece (2006), Gursoy-Kiritsis-Nitti (2007), Gubser-Nellore (2008)*

## A coordenada radial na QCD holográfica

- Métrica geral que preserva o grupo  $SO(1, 3)$

$$ds^2 = e^{2A(z)} [dz^2 - dt^2 + d\bar{x}^2]$$

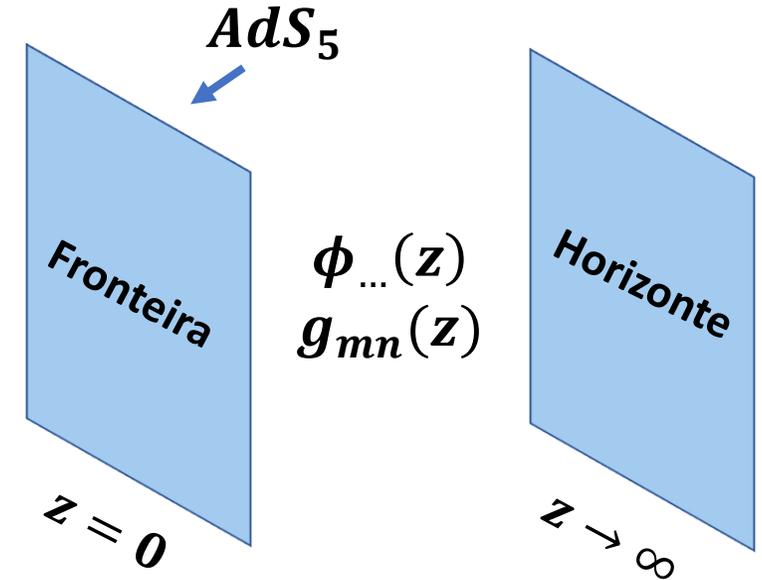
O warp factor em 5d representa a escala de energia  $\mu$  na teoria quântica de campos (TQC) em 4d.

$$\mu \sim e^{A(z)}$$

TQC em 4d torna-se uma CFT  
no extremo UV ( $\mu \rightarrow \infty$ )



A métrica  $g_{mn}(z)$  em 5d torna-se  
 $AdS_5$  perto da fronteira ( $z \rightarrow 0$ )

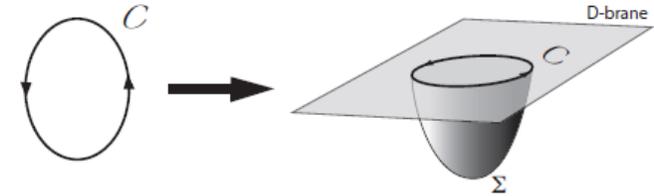


- Os campos  $\phi_{...}(z)$  são responsáveis pela **deformação** da métrica.

## Avanços na QCD holográfica

- Confinamento: O loop de Wilson é descrito pela

folha de mundo de uma corda.  $\langle W(C) \rangle = Z_{string}(\partial\Sigma = C)$



*Maldacena 1998*

Métricas  $ds^2 = g_{tt}(z)dt^2 + g_{xx}(z)dx_i^2 + g_{zz}(z)dz^2$  satisfazem o critério de confinamento  $V_{\bar{q}q}(L \gg 1) = \sigma L$  quando  $f = \sqrt{g_{tt}g_{xx}}$  possui um mínimo  $\neq 0$

*Kinar, Schreiber and Sonnenschein 1998*

- Quebra de simetria quirial

$J_{L/R}^{\mu,a} = \bar{q}_{L/R} \gamma^\mu T^a q_{L/R}$	$\longleftrightarrow$	$A_{L/R}^{m,a}$	, where $m = (z, \mu)$ .
$\bar{q}q$	$\longleftrightarrow$	$X$	
Quebra de simetria quirial	$\longleftrightarrow$	Quebra de simetria de calibre	

*Erlich, Katz, Son and Stephanov & Da Rold and Pomarol 2005*

## QCD holográfica a temperatura finita

Dualidade fluido/gravidade: **Fluido** com **simetria conforme** dual a um **buraco negro aAdS**

$$T^{\mu\nu} = \alpha T^4 [\eta^{\mu\nu} + 4u^\mu u^\nu] - 2\eta \sigma^{\mu\nu} + \dots$$

Previsão universal  $\eta/s = 1/(4\pi)$   $\eta$ : shear viscosity,  $s$ : entropy density.

*Policastro-Son-Starinets 2001, Kovtun-Son-Starinets 2004*

- Descreve aproximadamente o **plasma de quark e gluons**.
- Formalismo fluido/gravidade **naõ linear**: *Bhattacharyya-Hubeny-Minwalla-Rangamani 2007*

Transição confinamento/desconfinamento em 4d  $\longleftrightarrow$  Transição Hawking-Page em 5d

*Witten 1998, Herzog 2006, B.B-Boschi-Filho-Braga-Pando Zayas 2007, Gursoy-Kiritsis-Mazzanti-Nitti 2008*

- Fluidos sem simetria conforme:

$$T^{\mu\nu} = \rho u^\mu u^\nu + (P - \zeta\theta) [\eta^{\mu\nu} + u^\mu u^\nu] - 2\eta \sigma^{\mu\nu} + \dots$$

*Gubser-Nellore-Pufu-Rocha 2008, Gursoy-Kiritsis-Mazzanti-Nitti 2008*

## 5. Modelos efetivos de QCD holográfica

- A **quebra da simetria conforme** é descrita pela identidade  
(limite de  $N_C$  grande)

$$-\langle T_{\mu}^{\mu} \rangle = \frac{\beta_{\lambda}}{2\lambda^2} \langle \text{Tr} F^2 \rangle$$

AdS/CFT: operador  $\text{Tr} F^2$  em 4d  $\longleftrightarrow$  campo scalar  $\Phi$  em 5d (o **dilaton**).

$\longrightarrow$  espectro de glueballs scalares  $\mathbf{0}^{++}$  obtido a partir da dinâmica de  $\Phi$  e  $g_{mn}$

*Csáki-Ooguri-Oz-Terning 1998, Boschi-Braga 2002*

- A dinâmica de  $\Phi$  e  $g_{mn}$  pode ser descrita pela ação **Dilaton-Gravidade**

$$S = M_p^3 N_c^2 \int d^5x \sqrt{-g} \left[ R - \frac{4}{3} g^{mn} \partial_m \Phi \partial_n \Phi + V(\Phi) \right]$$

Métrica e campo de fundo

$$ds^2 = e^{2A(z)} [-dt^2 + dx_i^2 + dz^2] , \quad \Phi = \Phi(z)$$

E.o.m.

$$A'^2 - A'' = \frac{4}{9} \Phi'^2 , \quad 3A'^2 + A'' = \frac{V}{3} e^{2A}$$

*Csáki-Reece 2006, Gursoy-Kiritsis-Nitti 2007*

## Comportamento assintótico no IR (universal)

O critério de confinamento é definido no **string frame**, com métrica

$$ds_{SF}^2 = e^{2A_s(z)} [-dt^2 + dx_i^2 + dz^2] \quad \text{onde} \quad A_s = A + \frac{2}{3} \Phi$$

Critério de confinamento:  $f = \exp[2A_s]$  possui um mínimo  $> 0$ .

No regime de  $z$  grande (IR)  $\Phi = C z^\alpha \longrightarrow A_s = \frac{\alpha - 1}{2} \log[z]$

Confinamento quando  $\alpha \geq 1$ . Espectro de glueballs assintoticamente linear quando  $\alpha = 2$

## Comportamento assintótico no UV (depende do modelo)

No modelo de Gursoy-Kiritsis-Nitti, a função beta holográfica  $\beta_\Phi = d\Phi/dA$  é mapeada à função  $\beta_\lambda$  da QCD (no limite  $N_C$  grande). O dicionário AdS/CFT não pode ser usado diretamente.

**Modelos efetivos para QCD holográfica:** neles o dicionário AdS/CFT pode ser usado diretamente *Gubser-Nellore-Pufu-Rocha 2008, B.B-Boschi-Filho-Mamani-Miranda-Zanchin 2017*

## Quebra de simetria conforme nos modelos efetivos

- Identidade de Ward para uma **CFT deformada**

$$-\langle T_{\mu}^{\mu} \rangle = (\Delta - 4)\phi_0 \langle \mathcal{O} \rangle$$

$\Delta$ : dimensão conforme do **operador**  $\mathcal{O}$ .

**AdS/CFT**:  $\mathcal{O}$  é dual a um campo escalar  $\Phi$  em 5-d com massa  $M^2 = \Delta(\Delta - 4)$

$\Delta = 4 - \epsilon \rightarrow \mathcal{O}$  é um operador **relevante**.

Modelos efetivos:  $\mathcal{O}$  faz o papel de  $\text{Tr}F^2$  após renormalização.

*Gubser-Nellore-Pufu-Rocha 2008*

- Comportamento assintótico no **UV**:  $\Phi = \phi_0 z^{\Delta_-} + G z^{\Delta_+}$

onde  $\Delta_- = \epsilon$  and  $\Delta_+ = 4 - \epsilon$ .

$\Phi$  é responsável pela **deformação do AdS** (backreaction). No **UV** obtemos

$$A(z) = -\log[z] - \frac{2\Delta_-}{9(1+2\Delta_-)} \phi_0^2 z_0^{2\Delta_-} - \frac{2\Delta_- \Delta_+}{45} \phi_0 G z^4 - \frac{2\Delta_+}{9(1+2\Delta_+)} G^2 z^{2\Delta_+} - \dots$$

# Modelo efetivo compatível com confinamento

*B.B-Boschi-Filho-Miranda-Mamani-Zanchin 2017*

- Interpolação UV/IR:

$$\Phi(z) = \hat{\phi}_0 (\Lambda z)^\epsilon + \frac{(\Lambda z)^{4-\epsilon}}{1 + (\Lambda z)^{2-\epsilon}}$$

- Os coeficientes **fonte** e **VEV** são

$$\phi_0 = \hat{\phi}_0 \Lambda^\epsilon \quad , \quad G = \Lambda^{4-\epsilon}$$

$\Lambda$  torna-se uma **escala de massa** da TQC em 4d.  $A(z)$  é obtido numericamente.

- O **espectro de glueballs** de **spin 0** e **2** é obtido linearizando as equações de Dilaton-Gravidade

$$\Phi \rightarrow \Phi + \chi \quad , \quad g_{mn} \rightarrow e^{2A(z)} [\eta_{mn} + h_{mn}]$$

- As equações indepententes podem ser escritas como

(spin 2)

$$[\partial_z^2 + 3 A' \partial_z + \square] h_{\mu\nu}^{TT} = 0 \quad ,$$

(spin 0)

$$\left[ \partial_z^2 + \left( 3 A' + 2 \frac{\beta_{\Phi'}}{\beta_{\Phi}} \right) \partial_z + \square \right] \xi = 0$$

## Testando modelos efetivos com QCD na rede:

- Fixamos a dimensão conforme, e.g.  $\epsilon = 0.01$
- Usamos dados de QCD na rede para 2 glueballs escalares ( $m_{0^{++}}, m_{0^{++*}}$ ) para fixar  $\hat{\phi}_0$  e  $\Lambda$

Com 2 parâmetros o modelo fornece previsões para todas as massas restantes de glueballs  $0^{++}$  e  $2^{++}$

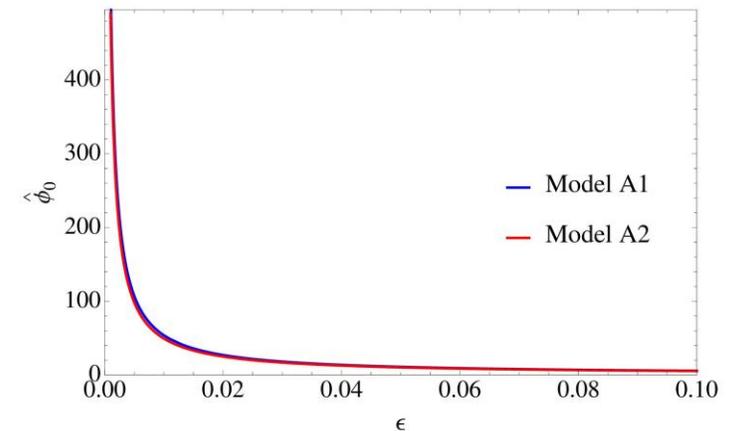
$n$	A1	A2	B1	B2	IHQCD [4]	Lattice [52]
$0^{++}$	1475	1475	1475	1475	1475	1475(30)(65)
$0^{++*}$	2755	2755	2755	2755	2753	2755(70)(120)
$0^{++**}$	3507	3376	3361	3449	3561	3370(100)(150)
$0^{++***}$	4106	3891	3861	4019	4253	3990(210)(180)
$0^{++****}$	4621	4349	4313	4514	4860	
$0^{++*****}$	5079	4762	4721	4956	5416	
$2^{++}$	2075	2180	2182	2130	2055	2150(30)(100)
$2^{++*}$	2945	2899	2887	2943	2991	2880(100)(130)
$2^{++**}$	3619	3468	3444	3568	3739	
$2^{++***}$	4185	3962	3928	4102	4396	
$2^{++****}$	4680	4404	4365	4576	5530	
$2^{++*****}$	5127	4807	4763	5006		

## Evolução dos parâmetros

Mantendo fixas as massas ( $m_{0^{++}}, m_{0^{++*}}$ ) obtemos a evolução dos parâmetros  $\hat{\phi}_0$  e  $\Lambda$  com  $\epsilon$

$\hat{\phi}_0$  se comporta como o acoplamento  $1/\lambda$  na QCD.

$\Lambda$  se mantém constante (análogo de  $\Lambda_{\text{QCD}}$ )



## QCD: uma CFT deformada?

- Lagrangeana **YM** (no limite de  $N_c$  grande)

$$L_{YM} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{2} \text{Tr} F^2 \right)$$

Essa lagrangeana torna-se uma deformação  $\phi_0 \mathcal{O}$  se

$$\phi_0 \equiv \frac{\Lambda^\epsilon}{\lambda}, \quad \mathcal{O} \equiv \frac{1}{2} \frac{\text{Tr} F^2}{\Lambda^\epsilon}$$

Usando este dicionário encontramos o **condensado de glúons**

$$\langle \text{Tr} F^2 \rangle^{ren} = \frac{32}{15} M^3 N_c^2 (4 - \epsilon) \Lambda^4$$

- A partir da ação dilaton-gravidade, obtemos a **densidade de energia do vácuo**

$$\langle T^{00} \rangle^{ren} = -\frac{4}{15} M^3 N_c^2 \epsilon (4 - \epsilon) \phi_0 G$$

Fixando  $M^3 N_c^2 = 1$ , obtemos  $(4 \pi^2)^{-1} \langle \text{Tr} F^2 \rangle^{ren} \approx 0.063 \text{ GeV}^4$  para o condensado de glúons e  $\langle T^{00} \rangle^{ren} \approx -0.17 \text{ GeV}^4$  para a densidade de energia do vácuo.

## A função $\beta_\lambda$ emergente

- Modelos efetivos são duais a **CFTs deformadas**.

Uma consequência disto é a identidade de Ward

$$\langle T^\mu_\mu \rangle^{ren} = \epsilon \phi_0 \langle O \rangle^{ren}$$

Usando o dicionário proposto obtemos

$$\langle T^\mu_\mu \rangle^{ren} = \frac{\epsilon}{2\lambda} \langle \text{Tr} F^2 \rangle^{ren}$$

Esta identidade torna-se a anomalia do traço da QCD após a identificação

$$\epsilon \equiv -\frac{\beta_\lambda}{\lambda}$$

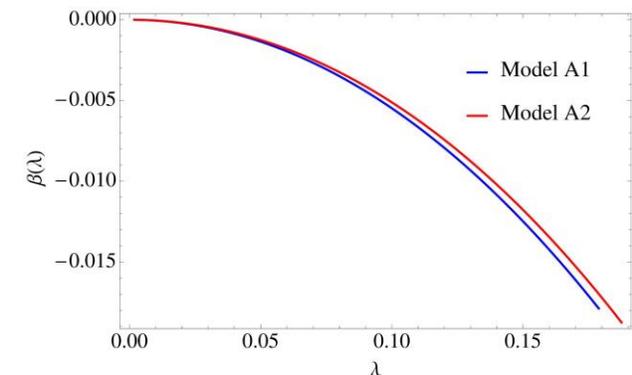
→ A partir da evolução do  $\hat{\phi}_0(\epsilon)$  obtemos a função  $\beta_\lambda(\lambda)$

Comportamento compatível com QCD perturbativa

(no limite  $N_C$  grande).

Para  $\lambda \ll 1$

$$\beta_\lambda = -b_0 \lambda^2 - b_1 \lambda^3$$



## 6. Conclusões

- A QCD holográfica descreve aproximadamente a **quebra de simetria conforme** na QCD
- A abordagem de modelos efetivos permite o uso direto da correspondência AdS/CFT. Nesta abordagem a QCD é descrita como uma **CFT deformada por um operador relevante**. Os modelos são consistentes com dados de **QCD na rede**
- **Problemas em aberto:**
- Introduzir operadores **irrelevantes** e reproduzir a **ação efetiva** da teoria Yang-Mills
- Descrever o **fluxo do grupo de renormalização** através das equações de **Callan-Symanzik**
- Conectar os modelos efetivos com os modelos de **Gursoy-Kiritsis-Nitti** que usam  $\beta_\Phi$
- **Extensões do modelo:**
- Introduzir **mésons e quebra de simetria quiral**
- Construir a solução de **buraco negro** para descrever a transição para o **quark-gluon plasma**
- **Bárions**, hádrons de **spin grande**, **pómeron e reggeon**,...